



## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ АВТОСЕЙСМИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ФУНДАМЕНТА БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ГРАВИМЕТРА

- А.В. Омельченко**, кандидат технических наук, доцент Харьковского национального университета радиоэлектроники
- В.Ф. Болюх**, доктор технических наук, профессор Национального технического университета "Харьковский политехнический институт"
- А.И. Винниченко**, ведущий инженер ННЦ "Институт метрологии", г. Харьков
- Ю.А. Короткий**, механик ННЦ "Институт метрологии", г. Харьков



А.В. Омельченко



В.Ф. Болюх



А.И. Винниченко



Ю.А. Короткий

Для описания автосейсмических колебаний фундамента симметричного баллистического гравиметра разработана модель в виде совокупности двух демпфированных механических осцилляторов, один из которых характеризует фундамент баллистического гравиметра и грунтовое основание, а другой — баллистический блок и его крепление к фундаменту. С использованием разработанной модели исследовано влияние жесткости крепления баллистического блока на автосейсмические колебания фундамента и смещение измерения ускорения свободного падения. Показано, что применение взвешенного метода наименьших квадратов позволяет уменьшить автосейсмическую составляющую погрешности измерения ускорения свободного падения.

*A model as a set of two damped mechanical oscillators is developed in the paper for description of auto-seismic oscillations of the basement of the symmetric ballistic gravimeter, one of which characterizes the basement of the ballistic gravimeter and the basement soil while the second one describes the ballistic unit and its mounting to the basement. The influence of the ballistic block mounting rigidity on the basement auto-seismic oscillations and the gravity acceleration measurement bias is investigated with the use of the developed model. It has been shown that the application of the weighted method of least squares allows us to reduce the auto-seismic component of the gravity acceleration measurement error.*

### Введение

В мировой практике используются два типа баллистических гравиметров (БГ) со свободным движением пробного тела (ПТ) в гравитационном поле, реализующих симметричный и несимметричный методы измерения ускорения свободного падения (УСП). Гравиметры с симметричной схемой измерения имеют ряд преимуществ [1]. Основной недостаток симметричных гравиметров — механическое воздействие, которое возникает при броске ПТ катапультной. Это приводит к колебаниям в механической системе БГ, называемым автосейсмическими, и снижает точность измерения УСП [1]. Поэтому актуальна задача уменьшения влияния автосейсмических колебаний на показания БГ. Один из путей решения этой задачи состоит в использовании демпфированных виброизолирующих опор для баллистического блока (ББ).

Целью настоящей работы являются разработка модели автосейсмических колебаний фундамента БГ с симметричным движением ПТ и исследование на ее основе погрешности измерения УСП.

### Модель автосейсмических колебаний фундамента БГ

Оценим влияние броска ПТ на показания БГ с симметричным способом обработки, учитывая только вертикальные колебания фундамента.

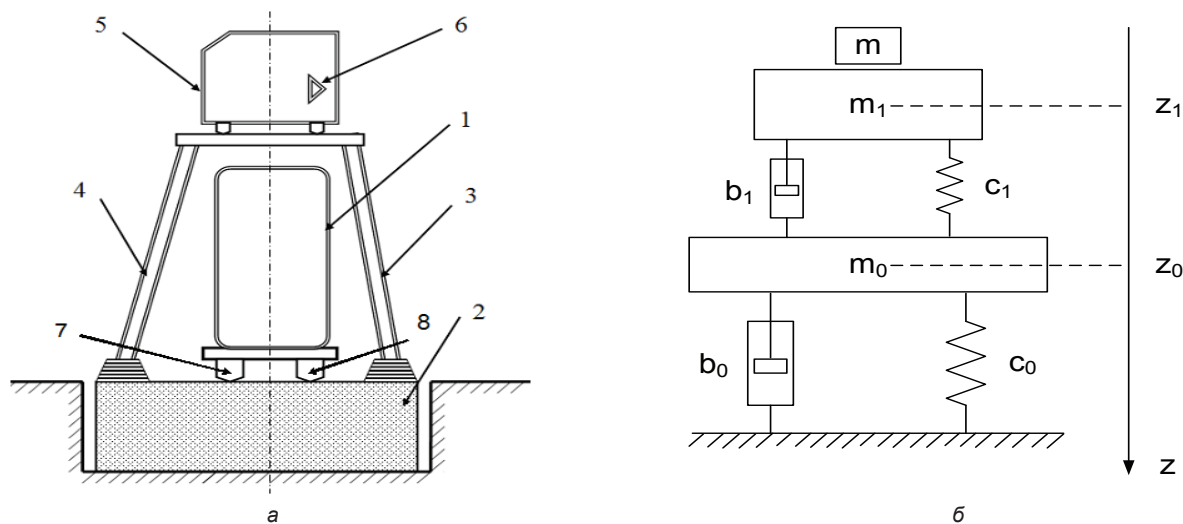


Рис. 1. Общий вид (а) и модель (б) механической системы БГ

Упрощенная схема расположения элементов БГ на фундаменте представлена на рис. 1а, где использованы обозначения: 1 – баллистический блок; 2 – фундамент; 3 и 4 – опоры штатива интерферометра; 5 – интерферометр; 6 – референтный отражатель; 7 и 8 – опоры баллистического блока.

В момент разгона ПТ катапультной создается сила, действующая на ББ, которая через его опоры передает сейсмическое воздействие на фундамент и дальше, на штатив интерферометра.

На рис. 1б представлена модель механической системы БГ при использовании демпфированных упругих опор ББ и жестком закреплении относительно фундамента референтного отражателя. Здесь использованы следующие обозначения:  $m_0$  – суммарная масса фундамента и всех установленных на нем устройств (кроме ББ);  $c_0$  – коэффициент жесткости грунтового основания;  $b_0$  – коэффициент вязкого трения основания;  $m$  – масса ПТ. Параметры  $m_1$ ,  $c_1$ ,  $b_1$  характеризуют соответственно массу ББ, жесткость его установки и трение при демпфировании колебания ББ.

Исходя из модели, изображенной на рис. 1б, можно показать, что перемещения фундамента и ББ при броске ПТ описываются системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} m_0 \chi_0'' + b_0 \chi_0' + b_1 (\chi_0' - \chi_1') + c_0 \chi_0 + c_1 (\chi_0 - \chi_1) = 0; \\ m_1 \chi_1'' + b_1 (\chi_1' - \chi_0') + c_1 (\chi_1 - \chi_0) = f(t), \end{cases} \quad (1)$$

где  $\chi_0 = z_0 - \bar{z}_0$  и  $\chi_1 = z_1 - \bar{z}_1$  – отклонения координат центров масс фундамента и ББ по оси  $z$  от положений равновесия;  $f(t)$  – силовое воздействие на баллистический блок, возникающее при броске ПТ. При аппроксимации  $f(t)$  кусочно-постоянной функцией

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t \leq 0; \\ F_0 - mg, & \text{при } 0 < t \leq \tau; \\ -mg, & t > \tau, \end{cases}$$

где величину  $F_0$  можно найти из величины импульса силы, необходимого для придания ПТ скорости  $v$  (в момент отрыва от катапульты).

Используя известную аналогию между электрическими и механическими величинами [2], можно показать, что механической системе, изображенной на рис. 1б, соответствует электрическая цепь, представленная на рис. 2.

### Основные результаты моделирования

Для математического моделирования была разработана программа в среде Wolfram Mathematica 8.0, в которой численно решалась система дифференциальных уравнений (1) и находились смещения измерений УСП. Кроме того, для проверки решений дифференциальных уравнений (1) использовалась среда моделирования электрических схем Electronics Workbench, в которой производилось имитационное

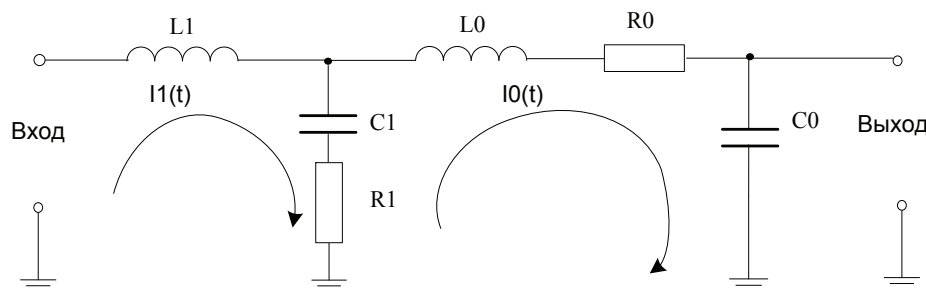


Рис. 2. Электрический эквивалент механической системы БГ

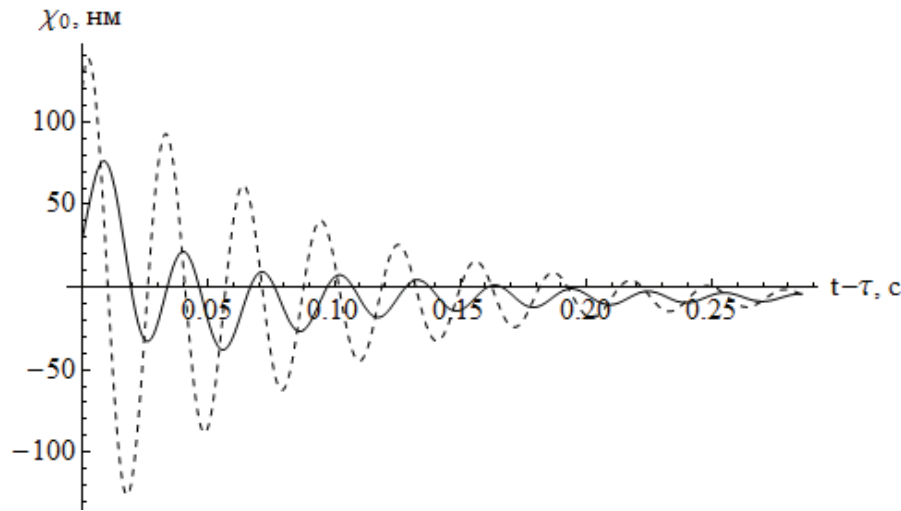


Рис. 3. Перемещения фундаментов, возникающие при броске ПТ

моделирование с использованием электрических эквивалентов механической системы БГ.

При моделировании были приняты масса фундамента  $m_0 = 3000$  кг, коэффициент жесткости основания  $c_0 = 125,881$  МН/м,  $b_0 = 73743$  Нс/м. Для этого случая круговая частота собственных колебаний фундамента  $\omega_0 = 204,8$  рад/с и коэффициент относительного демпфирования  $\xi = 0,06$ .

Масса баллистического блока принималась равной  $m_1 = 30$  кг, а значения коэффициентов жесткости установки баллистического блока  $c_1$  и вязкого трения демпфера  $b_1$  изменялись в достаточно широких пределах.

На рис. 3 приведены зависимости  $\chi_0(t)$  для перемещений фундаментов, возникающих при броске ПТ. Эти зависимости были найдены в результате решения уравнений (1) с нулевыми начальными условиями ( $\chi_0(0) = \chi_0'(0) = \chi_1(0) = \chi_1'(0) = 0$ ) и следующими значениями параметров:  $m = 0,08$  кг;  $\nu = 1,4$  м/с;  $\tau = 10$  мс;  $b_1 = 2000$  Нс/м. Сплошной кривой на рис. 3 изображена зависимость  $\chi_0(t)$  для случая упругого крепления ББ на фундаменте ( $c_1 = 80$  КН/м), а пунктирной — для жесткого крепления ББ ( $c_1 = 1000$  МН/м).

Из сравнения графиков, представленных на рис. 3, следует, что за счет упругого демпфирован-

ного крепления баллистического блока на фундаменте можно ослабить колебания фундамента по сравнению со случаем его жесткого крепления.

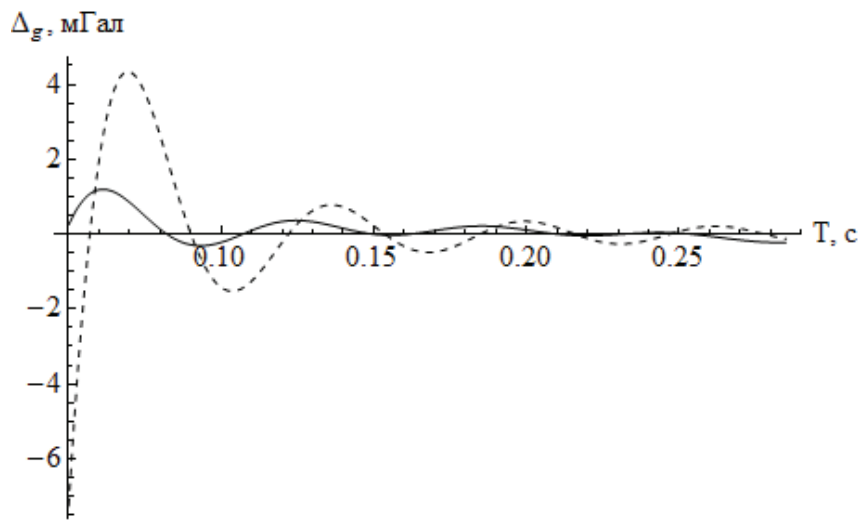
Величина автосейсмической составляющей погрешности (АСП) измерения УСП определялась согласно выражению

$$\Delta_g = -\sum_{k=0}^{K-1} \chi(kh + t_0 - \frac{T}{2}) \cdot w(k), \quad (2)$$

где  $h$  — интервал дискретизации, с которым наблюдаются отсчеты пути, пройденного ПТ ( $h = 0,5$  мс);  $w(k)$  — весовые коэффициенты обработки, значения которых могут быть определены с использованием метода наименьших квадратов (МНК) или его обобщений [3, 4].

На рис. 4 приведены зависимости АСП измерения УСП от времени обработки  $T$  для случаев  $c_1 = 80$  КН/м (сплошная кривая) и  $c_1 = 1000$  МН/м (пунктирная кривая).

Из анализа результатов моделирования следует, что величину АСП измерения УСП можно уменьшить за счет упругого демпфированного крепления баллистического блока гравиметра на фундаменте. Для этого нужно правильно выбирать величины


 Рис. 4. Зависимости АСП измерения УСП  $\Delta_g$  от времени обработки  $T$

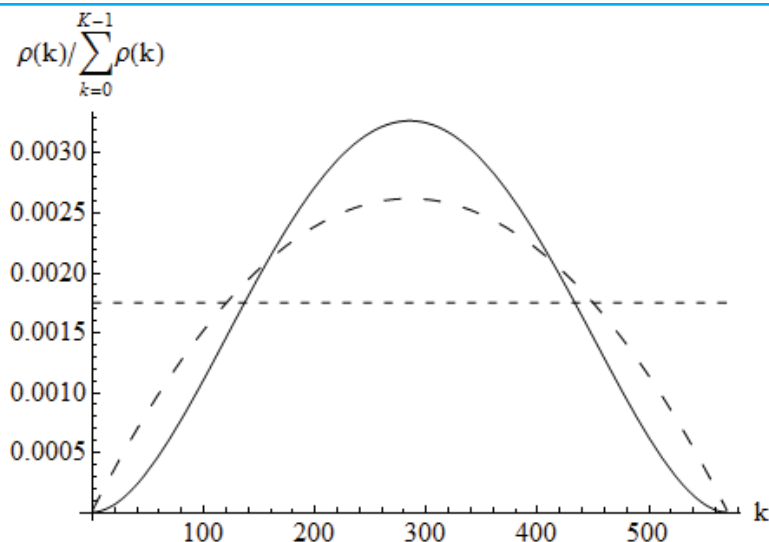


Рис. 5. Вид весового окна Хана

жесткости установки баллистического блока  $c_1$  и вязкого трения демпфера  $b_1$ .

По результатам исследований сделан вывод, что способ упругого демпфированного крепления баллистического блока на фундаменте представляет наибольший интерес при малых длительностях разгона пробного тела  $\tau \leq 10$  мс, имеющих место при разгоне ПТ с использованием индукционно-динамической катапульты [5].

#### Исследование АСП измерения УСП при использовании взвешенного метода наименьших квадратов

В работах [3, 4] предложено для определения УСП пользоваться взвешенным методом наименьших квадратов (ВМНК), который особо эффективен для ослабления влияния высокочастотных составляющих сейсмических помех на результаты измерений. В рамках этого метода для уменьшения влияния автосейсмических колебаний на измерения УСП можно использовать весовые окна обработки Хана симметричного вида.

С использованием метода моделирования покажем, что применение ВМНК позволяет уменьшить

АСП измерения УСП. Для этого воспользуемся данными тестового примера из работы [5], предполагающего жесткую установку ББ на фундаменте со значениями параметров:  $\omega_0 = 204,8$  рад/с;  $m_0 = 3000$  кг;  $m = 0,08$  кг;  $\nu = 1,4$  м/с;  $\tau = 50$  мс;  $\xi = 0,06$ .

Как известно, весовые окна Хана симметричного вида имеют вид [3]

$$\rho(k) = \frac{\Gamma(k+\alpha+1)\Gamma(K-k+\alpha)}{\Gamma(k+1)\Gamma(K-k)}, \quad k = \overline{0, K-1},$$

и при заданном числе отсчетов  $K$  полностью описываются параметром  $\alpha \geq -1$ . Вид весового окна Хана при  $K = 571$  и различных значениях параметра  $\alpha$  показан на рис. 5. Здесь пунктирная горизонтальная линия соответствует значению  $\alpha = 0$ , пунктирная кривая – случаю  $\alpha = 1$ , сплошная кривая – случаю  $\alpha = 2$ .

На рис. 6 и 7 сплошными кривыми изображены зависимости АСП измерения УСП, вычисленные согласно (2) с использованием весовых коэффициентов обработки  $w(k)$ , полученных ВМНК с использованием окон Хана. Здесь же пунктирными кривыми приведены аналогичные зависимости для случая применения МНК.

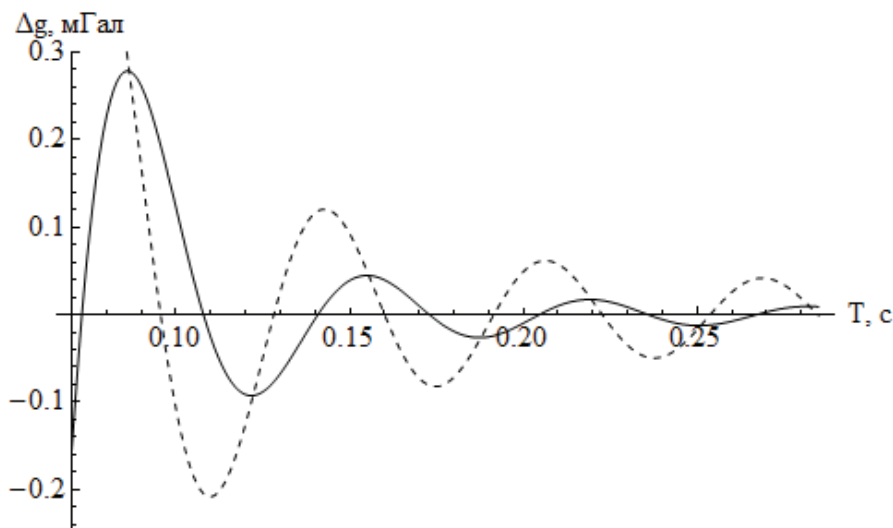


Рис. 6. Зависимость АСП  $\Delta g$  от времени обработки  $T$  для случая  $\xi = 0,06$  и  $\alpha = \beta = 1$

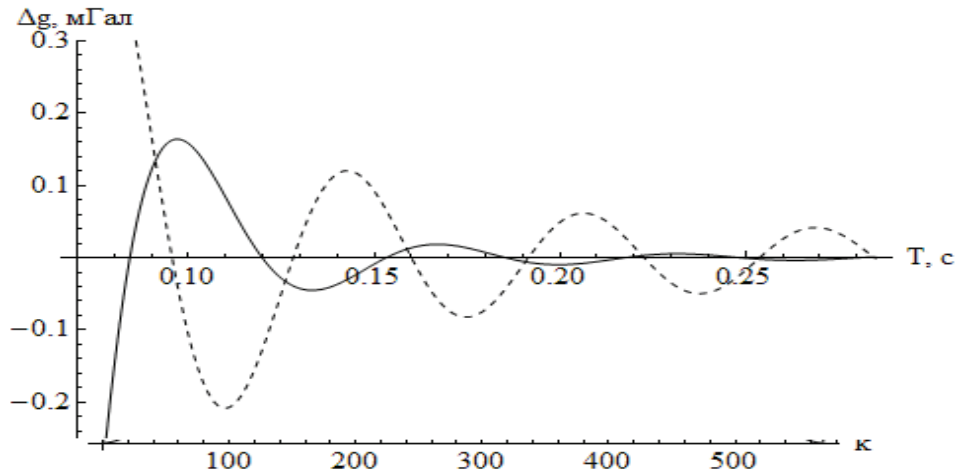


Рис. 7. Зависимость АСП  $\Delta_g$  от времени обработки  $T$  для случая  $\xi = 0,06$  и  $\alpha = \beta = 2$

Из анализа зависимостей, представленных на рис. 6 и 7, следует, что увеличение параметра окна Хана  $\alpha$  при заданных условиях модельного эксперимента приводит к уменьшению влияния автосейсмике. Однако, как было установлено в результате исследований, переход к более высоким значениям параметра  $\alpha$  влечет некоторое ухудшение помехоустойчивости относительно внешней сейсмической помехи. Поэтому на практике выбор параметра окна Хана  $\alpha$  должен производиться из компромисса между АСП и помехоустойчивостью к внешней помехе.

### Выводы

В настоящей работе для описания вертикальных колебаний фундаментов БГ разработана новая математическая модель в виде совокупности двух демпфированных механических осцилляторов, один из которых характеризует фундамент БГ и грунтовое основание, а другой — баллистический блок и его крепление к фундаменту. Разработан электрический эквивалент механической системы БГ, который может использоваться для обоснования способа крепления баллистического блока на фундаменте. С использованием разработанной модели исследовано влияние жесткости крепления баллистического блока на автосейсмические колебания фундамента и смещение измерения УСП.

Показано, что для уменьшения автосейсмической составляющей погрешности измерения УСП может использоваться ВМНК с весовыми функциями Хана симметричного вида.

Практическая значимость работы определяется тем, что полученные результаты могут быть использованы для уменьшения автосейсмической составляющей погрешности измерения УСП баллистическими гравиметрами.

### Список литературы

1. Модель взаимодействия баллистического гравиметра и фундамента / Г.С. Сидоренко, А.В. Омельченко, Е.М. Занимонский [и др.] // Вісник геодезії та картографії. — 2006. — № 5. — С. 7–9.
2. Магнус К. Колебания: Введение в исследование колебательных систем: пер. с нем. / К. Магнус. — М.: Мир, 1982. — 304 с.
3. Омельченко А.В. Влияние шумов дискретизации на точность симметричных баллистических гравиметров / А.В. Омельченко, Е.М. Занимонский, В.С. Купко // Український метрологічний журнал. — 2013. — № 1. — С. 33–39.
4. Development of Methods for Data Processing in a Rise-and-Fall Gravimeter on the Basis of Polynomial Models / A.V. Omelchenko, Y.M. Zanimonskiy, A.I. Vinnichenko, V.S. Kupko // IAG Symposium on Terrestrial Gravimetry: Static and mobile measurements (TG – SMM 2013), 17–20 September 2013, Saint Petersburg, Russia: Proceedings. — Saint Petersburg, 2013. — P. 143–147.
5. Омельченко А. Автосейсмічна складова похибки симетричного балістичного гравіметра, зумовлена коливаннями фундаменту / А. Омельченко, В. Болюх, О. Вінніченко // Метрологія та прилади. — 2014. — № 3. — С. 51–56.